

LE MATRICI

Si definisce **matrice** di ordine $m \times n$

una tabella della forma

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1i} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{i1} & \dots & a_{ii} & \dots & a_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & \dots & a_{mi} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} = (a_{ij})_{\substack{i=1,2,\dots,m \\ j=1,2,\dots,n}}$$

m = numero delle righe
 n = numero delle colonne

LE MATRICI

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1i} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{i1} & \dots & a_{ii} & \dots & a_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & \dots & a_{mi} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

→ *prima riga*

→ *i-esima riga*

→ *m-esima riga*

m = numero delle **righe**
 n = numero delle **colonne**

LE MATRICI

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1i} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{i1} & \dots & a_{ii} & \dots & a_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & \dots & a_{mi} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

prima colonna

i-esima colonna

n-esima colonna

m = numero delle **righe**
 n = numero delle **colonne**

MATRICI RETTANGOLARI

Si definisce **rettangolare**

una matrice in cui $m \neq n$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \\ 7 & 9 \end{pmatrix} = \mathbf{A}_{3 \times 2} \quad \longrightarrow \quad \begin{matrix} m = 3 \\ n = 2 \end{matrix} \quad \longrightarrow \quad \mathbf{A} \text{ ha ordine } 3 \times 2$$

MATRICI QUADRATE

Si definisce **quadrata**
una matrice in cui $m = n$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 4 \\ 2 & 8 & 5 \\ 6 & 3 & 9 \end{pmatrix} = A_{3 \times 3} \longrightarrow \begin{matrix} m = 3 \\ n = 3 \end{matrix} \longrightarrow \begin{matrix} A \text{ ha ordine } 3 \times 3 \\ \text{(equivalentemente} \\ A \text{ ha ordine } 3=3) \end{matrix}$$

DIAGONALI DI MATRICI QUADRATE

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 4 \\ 2 & 8 & 5 \\ 6 & 3 & 9 \end{pmatrix} = A_{3 \times 3}$$

diagonale secondaria

diagonale principale

N.B.!

Si può parlare di diagonali
sono nel caso di matrici quadrate

$$m = n$$

DIAGONALI DI MATRICI QUADRATE

$$A = (2)$$

è una matrice quadrata di **ordine 1**
(1 riga ed 1 colonna coincidono!)

Se A è una matrice quadrata di **ordine 1**,
ovvero se essa è costituita da un unico elemento,
allora le due diagonali coincidono
con l'unico elemento della matrice data

MATRICE DIAGONALE

Si definisce **diagonale** una matrice quadrata ***D*** avente tutti gli elementi nulli ad eccezione di quelli situati sulla diagonale principale

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} = \mathbf{D}_{3 \times 3} \text{ è una matrice diagonale di ordine 3}$$

MATRICE IDENTITÀ

Si definisce **matrice identità** una matrice diagonale ***I*** in cui tutti gli elementi della diagonale principale sono uguali ad 1

$$I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

è una matrice identità di ordine 3

MATRICE NULLA

Si definisce **matrice nulla** una matrice, rettangolare o quadrata, **O** , in cui tutti gli elementi sono uguali a 0

$$O_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{è una matrice nulla di ordine 3}$$

$$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = O_{3 \times 2} \quad \text{è una matrice nulla di ordine } 3 \times 2$$

MATRICE TRIANGOLARE SUPERIORE

Si definisce **triangolare superiore**
una matrice quadrata in cui sono nulli
tutti gli elementi situati sotto la diagonale principale

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -4 & 5 \\ 0 & 0 & -3 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = A_{4 \times 4}$$

MATRICE TRIANGOLARE INFERIORE

Si definisce **triangolare inferiore**
una matrice quadrata in cui sono nulli
tutti gli elementi situati sopra la diagonale principale

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & 2 \end{pmatrix} = A_{3 \times 3}$$

MATRICE TRASPOSTA

Si definisce **trasposta** una matrice A^T ottenuta dalla matrice di partenza A scambiando le righe con le colonne

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix} = A_{2 \times 3} \quad \longrightarrow \quad A^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} = A_{3 \times 2}^T$$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 2 & -1 & 7 \\ 4 & -4 & -3 \end{pmatrix} = A_{3 \times 3} \quad \longrightarrow \quad A^T = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 7 \\ 5 & -4 & -3 \end{pmatrix} = A_{3 \times 3}^T$$

MATRICE TRASPOSTA

Regola pratica!

Per costruire la matrice A^T è sufficiente scrivere, come colonne di A^T , tutte le righe della matrice A



A di ordine $m \times n$  A^T di ordine $n \times m$

MATRICE SIMMETRICA

Si definisce **simmetrica** una matrice **A** tale che $A^T = A$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & -2 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix} = A_{3 \times 3} \quad \longrightarrow \quad A^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & -2 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix} = A_{3 \times 3}^T = A$$

N.B.!

Ogni matrice diagonale è simmetrica

$$D = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} = D_{3 \times 3} \quad \longrightarrow \quad D^T = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} = D_3 \quad \longrightarrow \quad D^T = D$$

MATRICE ANTISIMMETRICA

Si definisce *antisimmetrica*
una matrice A tale che $-A^T = A$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & -4 \\ 1 & 4 & 0 \end{pmatrix} = A_{3 \times 3} \quad \longrightarrow \quad A^T = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \\ -1 & -4 & 0 \end{pmatrix} = A_{3 \times 3}^T = -A$$

$$\downarrow$$
$$-A^T = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & -4 \\ 1 & 4 & 0 \end{pmatrix} = A$$